TEMA 6 (GADNER)

CREDIBILIDAD Y EQUILIBRIO PERFECTO EN SUBJUEGOS:

Credibilidad y equilibrio perfecto en subjuegos (c.6)

1. El tema 6 es importante porque introduce la dinámica en los juegos. Trata los juegos secuenciales, que son aquellos en los que primero mueve un jugador y después el otro. Hasta ahora los movimientos eran simultáneos. Los juegos secuenciales necesitan de la forma extensiva, porque la normal no es útil para ellos. Con los juegos secuenciales la búsqueda de solución se hace en cierto sentido más fácil, pues hay una condición suficiente, que es la *perfección en subjuegos*. Esta implica que en cada parte del juego secuencial debe haber un equilibrio. Cuando se da, el conjunto de estrategias que permite ir de un equilibrio al siguiente será la solución del juego.

2. Para que un juego tenga subjuegos es necesario que sea secuencial y que la información sea perfecta. Esto sólo puede verse en la presentación en forma extensiva, pues tres juegos diferentes, uno simultáneo, otro secuencial con información perfecta y otro secuencial con información imperfecta, pueden tener la misma forma normal. Eso sí, si estamos seguros de tener un juego secuencial con información perfecta lo podemos pasar a forma normal para manejarlo mejor y detectar posibles soluciones. El peligro está en lo contrario: si nos dan un juego en forma normal no sabremos a qué tipo de juego corresponde. Cualquiera de los dos juegos de la Figura 6.1 tiene la forma normal de la Figura 6.2. Hay que tener cuidado porque los equilibrios en 6.2 tienen distinta interpretación según esa forma normal provenga de uno u otro tipo de juego.

3. En los juegos secuenciales con información perfecta aparecen problemas de credibilidad. Dado que un jugador mueve primero y el otro después, respondiendo al primer movimiento, cabe la posibilidad de que en esa respuesta haya amenazas (o promesas) que traten de forzar un determinado comportamiento en el oponente. El problema de las amenazas (o promesas) es que si cumplirlas dañan también a quien las esgrime, no son creíbles. Le dañarán si cumplirlas le desvía de la trayectoria que maximiza su beneficio o utilidad. Esa trayectoria es la *estrategia perfecta en subjuegos*. Por tanto ésta establece límites a la credibilidad de los jugadores: si amenazas (o prometes) con salirte de esa trayectoria que te garantiza el máximo beneficio, no te creerán. El juego del Ciempiés, Figura 6.5, es un buen ejemplo. El jugador 1 no debería actuar suponiendo que el jugador 2 será irracional, es decir, generoso o ético. Es más, no lo hará. Por ese motivo el juego en forma normal apunta a un equilibrio en principio extraño, si sólo conociéramos la forma normal y no supiéramos de dónde viene.

4. *La solución de un juego secuencial con información perfecta es una estrategia para cada jugador que contiene todos los pasos hasta el final del juego, y que garantiza en cada subjuego que se recorre –a cada paso- que estamos en un equilibrio.* Es una condición suficiente. No presenta problemas de credibilidad: es la trayectoria que seguirán los jugadores porque es la que maximiza su beneficio en el conjunto del juego. Esta solución puede no existir, pues nada lo garantiza. La trayectoria que es solución del juego se encuentra mediante el procedimiento de la *inducción hacia atrás*: se identifica la estrategia que maximiza la utilidad o beneficio del último jugador en mover; una vez conocido esto, el otro jugador elegirá su estrategia óptima (que se adoptará antes en el tiempo); y así sucesivamente. Seleccionando de esta forma cada paso, cada subjuego que se recorre tendrá un equilibrio y el conjunto de estrategias enlazadas que completan esa trayectoria será la solución del juego. El *equilibrio perfecto en subjuegos* contiene además los equilibrios de los subjuegos por los que no se pasa, que no se juegan. Son las respuestas a posibles desvíos de la trayectoria que es solución del juego, y son importantes. En la página 176 se analizan los equilibrios perfectos en subjuegos del juego IBM contra Telex, Figura 6.3, y el juego del Ciempiés, Figura 6.5.

5. Si la promesa o la amenaza, de cumplirse, mantiene a quien la utiliza dentro de una trayectoria del equilibrio perfecto en subjuegos, entonces es creíble. El libro analiza el caso de IBM contra Telex modificado, Figura 6.6, en el que la amenaza de IBM de aplastar en el último movimiento del juego hace que Telex prefiera quedarse fuera del mercado. Otro caso analizado es el del Ciempiés amable, Figura 6.7. Es importante recordar que las ganancias en un juego no tienen por qué ser monetarias. Puede tratarse de índices generados por una función de utilidad, con lo que daríamos cabida a la ética, la generosidad o la agresividad. Es más, en muchos experimentos de laboratorio esos factores juegan un papel determinante, motivo por el cual se observan resultados que la teoría –basada originalmente en individuos egoístas y racionales- no preveía. El juego del Ciempiés amable es interesante porque la forma normal del juego muestra otro posible equilibrio, pero imperfecto, y por tanto basado en una amenaza no creíble (sería la interpretación)[1].

6. El epígrafe 6.4 pone en práctica las técnicas aprendidas para explicar un interesante caso histórico que, con sus variantes, sirve de ejercicio. Si se ha entendido bien todo lo anterior, debería comprenderse todo lo que se explica ahí. Pero el epígrafe 6.5 es mucho más interesante, porque, además de presentar otro caso real, es mucho más complejo. Entre otras cosas, hay dos equilibrios perfectos en subjuegos en Destrucción mutuamente asegurada, Figura 6.9, debido a los dos equilibrios que hay en el juego simultáneo con que acaba todo. Por tanto, hay que hacer la inducción hacia atrás dos veces, empezando en los dos equilibrios alternativos. Pero sabemos por el juego del Ciempiés amable, Figura 6.7, que a veces el juego en forma normal desvela más equilibrios que, por un motivo o por otro, quedan descartados como soluciones del juego. El análisis de los porqués de esos descartes suele ser instructiva (véase la Figura 6.10 y su análisis). Sin embargo, para encontrar la secuencia de equilibrios que son soluciones del juego –dentro del equilibrio perfecto en subjuegos- la herramienta necesaria es la forma extensiva.

7. Los epígrafes 6.6 y 6.7 analizan juegos de duopolios. Se estudian aquí porque el modelo de Stackelberg es secuencial: una empresa actúa primero y la otra responde. Mientras que Cournot se basa en la competencia en cantidades, Bertrand se basa en la competencia en precios. Cuando se combinan con secuencialidad tenemos los modelos de Cournot-Stackelberg y Bertrand-Stackelberg. Para entender estas formas de mercado es mejor recurrir a los apuntes disponibles en el curso virtual y que llenan el "hueco" del tema 5 del libro, que nos saltamos. El epígrafe 6.8 lo saltamos también. El epígrafe 6.9 comenta un caso real que ilustra un problema de credibilidad en el mundo de la empresa.

Promesas y amenazas son un punto importante en los negocios. Es importante saber cuándo creerlas para tomar decisiones; se refieren al futuro.

Las decisiones en juegos en forma normal se hacen simultáneamente en presente; en juegos en forma extensiva puede tener repercusiones en el futuro.

Subjuego es una parte de un juego completo que separada del juego principal constituye por si un juego.

Los juegos en forma normal no pueden tener subjuegos; en forma extensiva sí.

Una estrategia es perfecta en subjuegos cuando contiene un equilibrio en cada subjuego→y es perfecto en subjuegos (condición suficiente para resolver un juego en forma extensiva).

La perfección en subjuegos está relacionada con estrategias dominadas y conlleva una noción de credibilidad.

La competencia a la Stackelberg afecta a los equilibrios de Cournot y de Beltrand.

- En la competencia a la Cournot, la empresa que actúa primero tiene ventaja.
- En la competencia a la Beltrand la ventaja la tiene la que actúa segundo

La Oferta válida por tiempo limitado requiere un compromiso muy fuerte para que sea un reclamo creíble.

6. 1.- <u>Subjuegos y sus equilibrios:</u>

Subjuego:

- Parte de un juego que puede constituir un juego independiente.
- Tiene nodo inicial con todos los conjuntos de información necesarios para jugar el subjuego.

<u>Ejemplo Telex contra IBM:</u>

El juego de la figura 6.1a: tiene un subjuego que empieza con una acción del jugador 2 (ver cuadrado). Cada jugador tiene información perfecta. El j1 juega primero y el j2 sabe lo que j1 ha hecho cuando le toca jugar→ **Todo juego con información perfecta tiene subjuegos.**

En el juego 6.1b, sin subjuegos, el jugador 2 tiene información imperfecta y no sabe si el 1 ha jugado hacia la derecha o hacia la izquierda. Cuando le toca actuar a 2, es imposible comenzar un juego en ese punto. Aquí, j1 y j2 actúan al mismo tiempo→**Ningún juego en el que los jugadores actúan**

simultáneamente y solo una vez tiene más subjuegos que él mismo. Esta afirmación es cierta, sobre todo, en la forma normal de los juegos

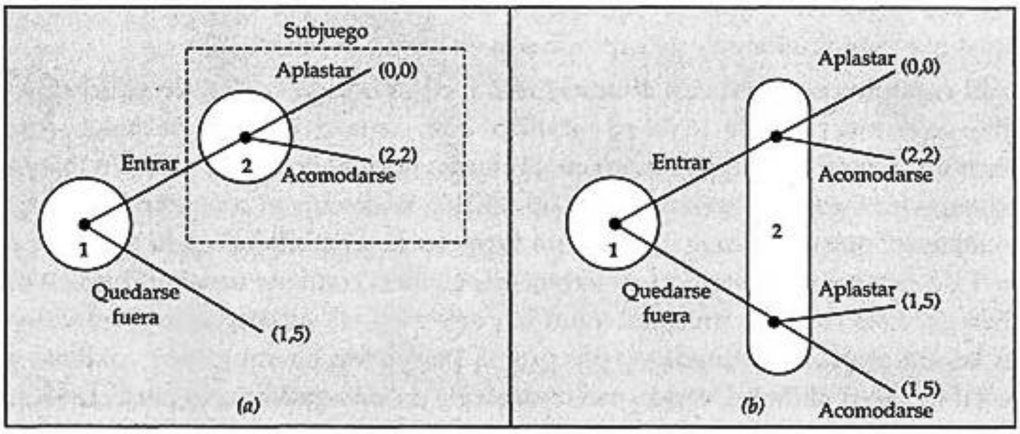


Figura 6.1. Telex contra IBM, forma extensiva: (*a*) subjuego, información perfecta; (*b*) no subjuego, información imperfecta.

La diferencia entre ambos juegos, a y b, es tan sutil que su forma normal es la misma:

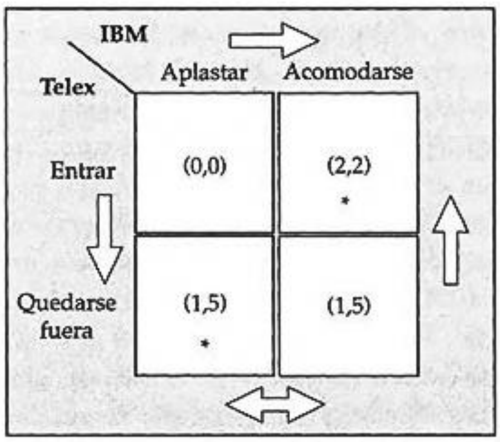


Figura 6.2. Telex contra IBM, forma normal.

Sea j1 Telex y j2 IBM, el primero introduciéndose en el mercado y el segundo dominando el mercado. Ambas con hardware casi idéntico y compatible. Juega primero y puede entrar o quedar fuera del mercado; si queda fuera obtiene un beneficio normal en otro lugar (u1=1) y j2 continúa con los beneficios de monopolio (u2=5). Si j1 entra, le toca actuar a j2, pudiendo acomodarse a j1 y permitiéndole que se acomode al mercado o puede bajar drásticamente los precios y hundir a j1 de manera que ninguno de los dos obtenga beneficios, ganancia 0. Si IBM se acomoda, cada una obtiene una ganancia de 2. Tras cualquiera de los movimientos que realice j2 el subjuego terminará (y también el juego del que forma parte).

En 6.2 se observan dos equilibrios en estrategias puras. Los mismos los vemos en 6.3 a y b, se ven los mismos con denominaciones en el diagrama de árbol: (quedarse fuera, aplastar) que presenta un problema de credibilidad y otro de dominancia y (entrar, acomodarse).

Hay problema de credibilidad si al amenazar el jugador cuando ejecuta la amenaza no maximiza su utilidad. Aplastar es una amenaza diseñada para que j1 no quiera entrar.

Si j1 decide entrar, j2 deberá ejecutar la amenaza y esto implica que j2 minimiza su ganancia (u2=0) en vez de maximizarla (u2=2).

El problema de dominancia: la estrategia aplastar está dominada por la estrategia acomodarse. Las flechas señalan hacia acomodarse en ambas filas de la matriz de ganancias.

Cuando hay un problema de credibilidad, la dominancia estratégica es también un problema.

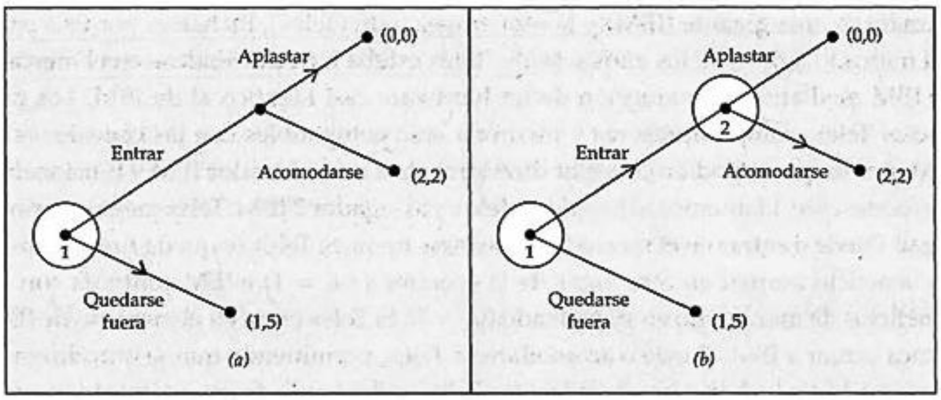


Figura 6.3. Telex contra IBM, equilibrios en forma extensiva: (*a*) equilibrio no creíble; (*b*) equilibrio creíble.

A la estrategia acomodarse no le acompaña ningún problema de credibilidad; ésta maximiza la utilidad en el subjuego que comienza con la decisión del j2→representa el único equilibrio en dicho subjuego (figura 6.4)

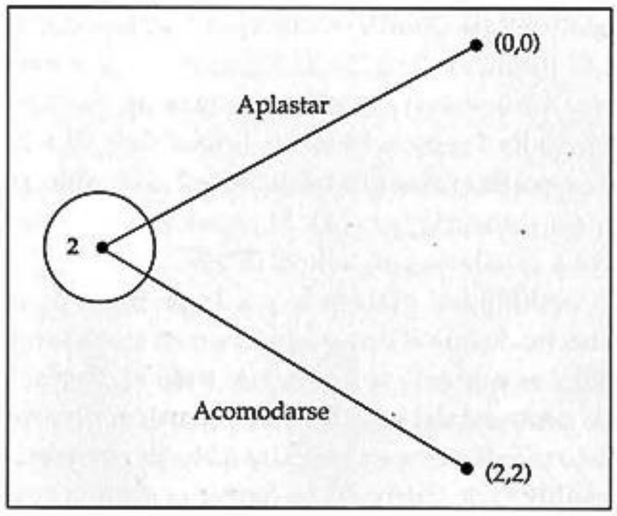


Figura 6.4. Telex contra IBM, equilibrio en el subjuego.

El equilibrio (entrar, acomodarse) que no presenta problemas de credibilidad es la solución a j1 contra j2 con información perfecta.

Ejemplo El Ciempiés

Contiene una promesa no creíble

Hay dos jugadores: j1 actúa en primer lugar y después j2. Tras un máximo de dos jugadas se termina el juego.

Comienza con $1 en juego que j1 puede coger o esperar. Si lo coge se termina el juego y se queda el dólar. Si j1 espera, se cuadriplica el dólar en la mesa y j2 decide si cogerlos o repartirlos equitativamente con j1.

La forma extensiva de Ciempiés es la figura 6.5a y la normal es la 6.5b:

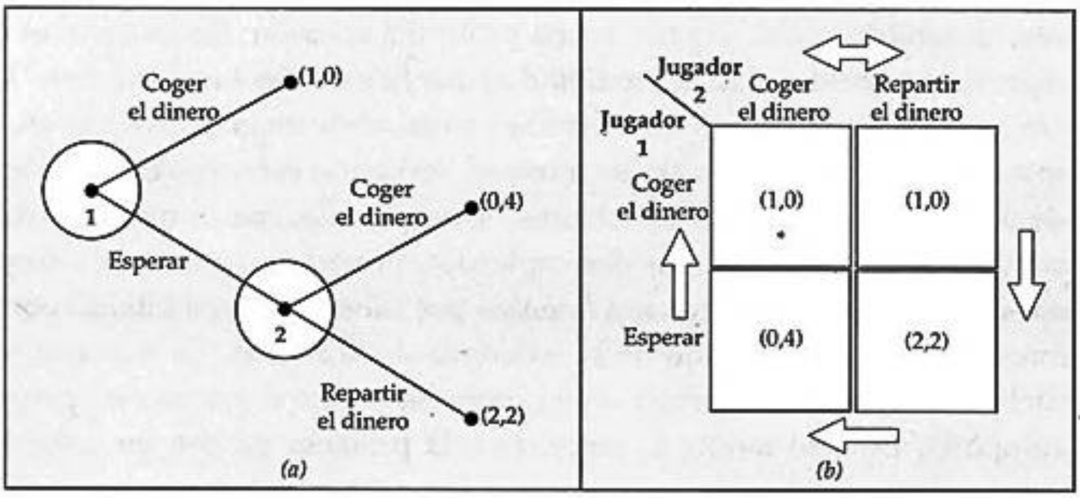


Figura 6.5. Ciempiés: (*a*) forma extensiva; (*b*) forma normal.

La estrategia de j2 lleva implícita la promesa de repartir $4 pero encierra a su vez un problema de credibilidad pues repartir minimiza la utilidad de j2 (u2=2) en vez de maximizarla (u2=4) →j2 tiene todas las razones para no cumplir la promesa y quedarse todo el dinero.

El único equilibrio en el subjuego que comienza con la jugada de j2 es que se quede todo el dinero. Repartir el dinero no forma parte de ningún equilibrio; el único equilibrio es (coger el dinero, coger el dinero), que cada uno coja el dinero si se le presenta la oportunidad. Para j2 coger el dinero domina débilmente a repartir el dinero, lo que se debe a un problema de credibilidad (típico de cualquier estrategia que contenga una promesa o amenaza).

Los jugadores que realizan promesas o amenazas y no las cumplen pierden credibilidad.

Hay asimetría intrínseca entre amenazas y promesas que los juegos no siempre captan; las promesas hay que cumplirlas siempre, no así las amenazas→romper una promesa es peor que no cumplir una amenaza.

Una persona que nunca rompe sus promesas puede ser fácilmente un monstruo o un héroe→no hay que hacer promesas cuyas consecuencias puedan ser terribles (sobre todo por parte de los cumplidores).

6.2.- Manteniendo la credibilidad vía perfección en subjuegos

Nunca realizar promesa o amenaza, salvo que se esté preparado para cumplirla; además deberán ser creíbles y su cumplimiento deberán dar buena ganancia.

Condición suficiente en juego en forma extensiva: El equilibrio de un juego es un equilibrio perfecto en subjuegos si cada jugador juega un equilibrio en cada subjuego →su solución es perfecta en subjuegos; en la forman normal no existe porque en forma normal no existen subjuegos.

Cualquier juego que no satisfaga la perfección en subjuegos será imperfecto; en cualquier momento del juego se presentará un problema inevitable de credibilidad.

Si un juego es finito, tiene equilibrios y se puede construir un equilibrio perfecto en subjuegos para él mediante la inducción hacia atrás: comenzando con el subjuego final de un juego y retrocediendo en el árbol hasta el subjuego siguiente que lo contiene estrictamente… hasta llegar al principio del juego. Construimos así un equilibrio en cada subjuego.

Cuando el juego es finito tiene uno o más subjuegos finales.

Juego Telex – IBM, hacia atrás:

Ver figura 6.3b, con información perfecta:

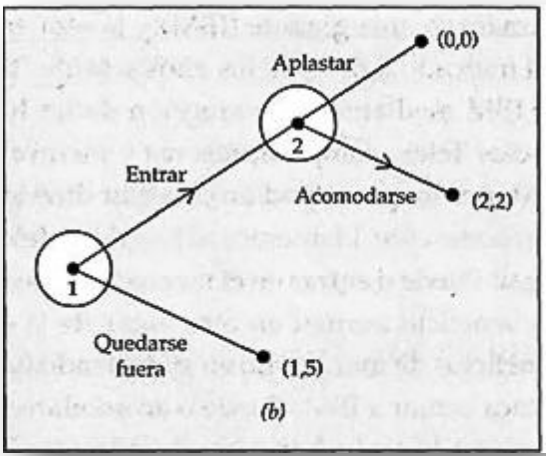


Figura 6.3. Telex contra IBM, equilibrios en forma extensiva: (*b*) equilibrio creíble

- El subjuego final tiene un único equilibrio, cuando j2, IBM, decide acomodarse.
- Retrocediendo al subjuego anterior, llegamos al comienzo del juego; j1, Telex, puede quedar fuera (u1=0) o entrar y obtener u1=2.
- La trayectoria de equilibrio en subjuegos presenta a Telex entrando y a IBM acomodándose; único equilibrio perfecto en subjuegos con información perfecta.
- En la forma normal se llega a idéntica solución pero por otra razón: La perfección en subjuegos no está presente pues ambos juegos están en forma normal; pero en ambos, la estrategia Acomodarse domina a Aplastar→ el ppio. de condición suficiente de estrategias no dominadas lleva a la solución (entrar, acomodarse).

Juego Ciempiés, hacia atrás:

Figura 6.5, sólo presenta un equilibrio:

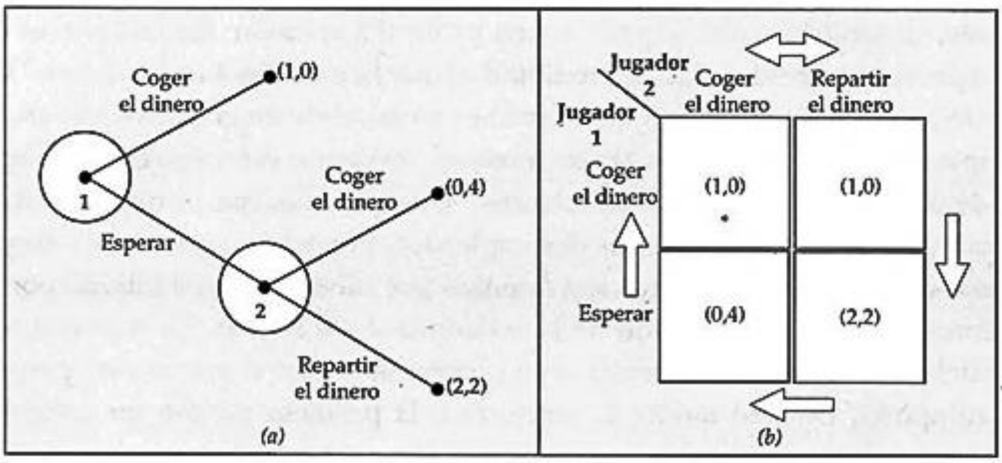


Figura 6.5. Ciempiés: (*a*) forma extensiva; (*b*) forma normal.

- En el subjuego final, j2 se lleva todo el dinero.
- Al ppio. j1 se queda todo, en lugar de esperar a que j2 se lo quede

Esta es la trayectoria, la única, del equilibrio perfecto en subjuegos.

6.3.- Promesas y amenazas creíbles:

Existen muchas promesas y amenazas que es mejor creer; depende del oponente.

Figura 6.6: Esta versión tiene información perfecta. Aquí IBM tiene mayor ganancia por aplastar a Télex (u2=4); la utilidad de IBM es mayor expulsando a sus rivales del mercado que haciendo beneficios (por eso es perversa).

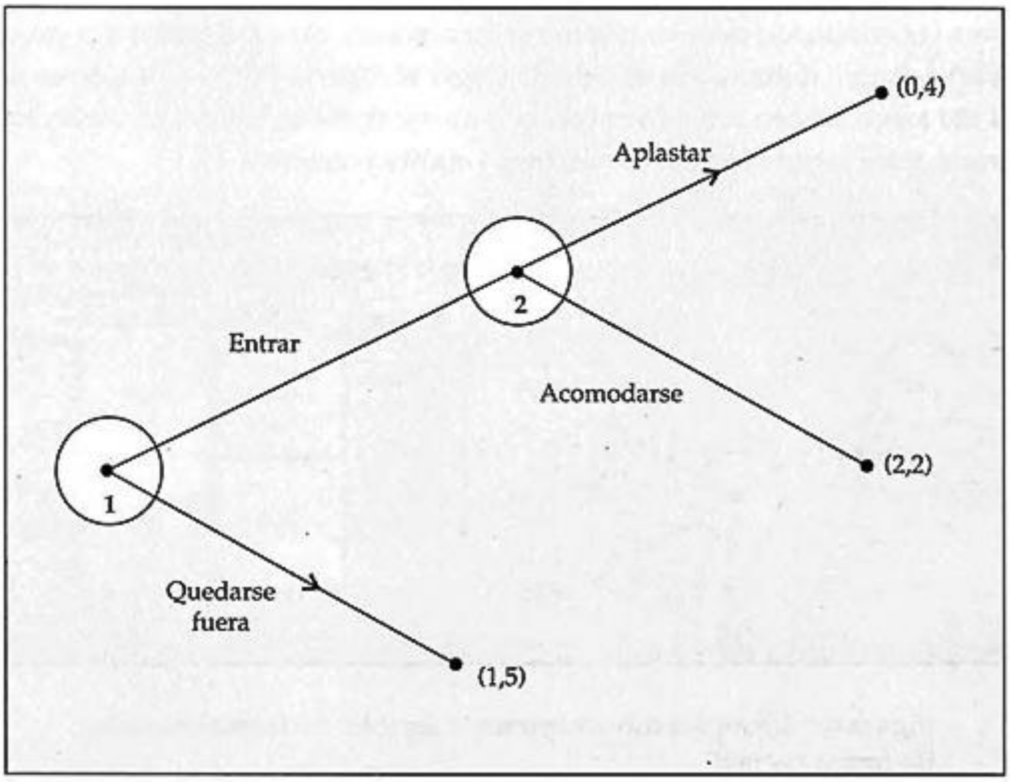


Figura 6.6. Telex contra la perversa IBM.

La amenaza de aplastar de IBM (no entrar, aplastar) es creíble porque aplastar es el único equilibrio en el subjuego final de este jugador.

Una empresa no estaría en su sano juicio si entrara en el mercado contra tal rival.

Ejemplo de promesa creíble es Ciempiés con un oponente amable, figura 6.7: j2 es amable porque preferiría repartir el dinero equitativamente (u2=2) en vez de quedarse todo (u2=0)

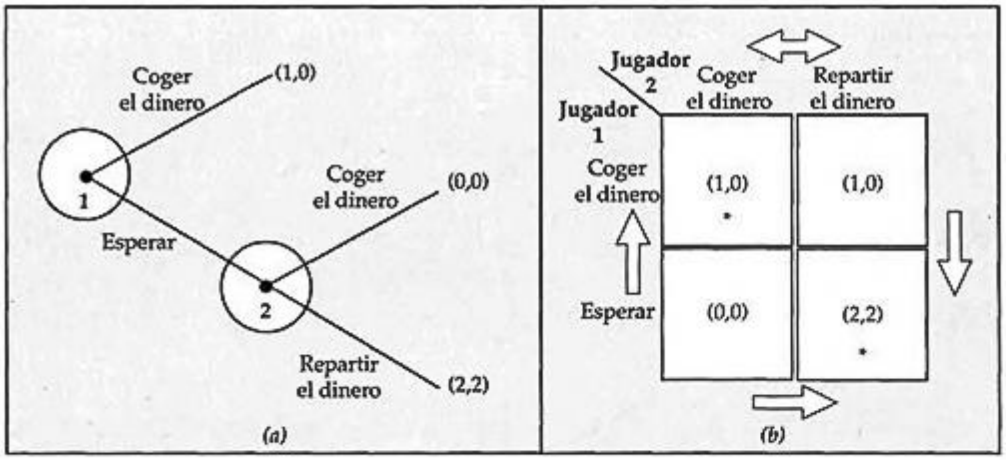


Figura 6.7. Ciempiés con un oponente amable: (*a*) forma extensiva; (*b*) forma normal.

Los juegos pueden modelar emociones como la perversidad, la amabilidad o la justicia, pero tienen que apartarse de ganancias monetarias para hacerlo.

La promesa d j2 de repartir la ganancia equitativamente es creíble→ ahora la estrategia sensata de j1 de Coger el dinero está dominada por la estrategia Esperar.

Pero ciempiés con oponente amable tiene un segundo equilibrio imperfecto (coger el dinero, coger el dinero), figura 6.7b→ j2 amenaza de forma no creíble con coger todo el dinero y j1, que cree la amenaza, lo coge todo en primer lugar.

En versión extensiva de Ciempiés con oponente amable, este equilibrio no creíble es eliminado por la perfección en subjuegos.

En la versión normal, el equilibrio es eliminado por estrategias no dominadas→ para j2, la estrategia Repartir el dinero domina a la Coger el dinero.

Por tanto, en cualquier forma del juego, la solución al Ciempiés con oponente amable es (esperar, repartir el dinero), y los jugadores se reparten $4 equitativamente.

Comparando Telex contra IBM con Telex contra perversa IBM→IBM conseguiría beneficios si pretendiera ser perversa, aún con info no perfecta.

Comparando Ciempiés con Ciempiés con oponente amable, j2 sería beneficiado por pretender ser amable, aunque no lo fuera, si la info no fuera perfecta.

En Telex contra IBM, j2 conseguiría sacar a j1 fuera del mercado con un farol; en el caso del Ciempiés, j2 engañaría a j1 para traicionarlo más fácilmente→comportamientos maquiavélicos (abundantes en juegos con info imperfecta).

6.4.- <u>Voluntarios a la fuerza: el reclutamiento durante la Guerra Civil, 1862-1865</u>

Veremos el ejemplo con dos hombres aptos para incorporarse al ejército en EEUU: El ejército necesita a uno de los dos para el servicio de armas.

j1 actúa en primer lugar y puede presentarse voluntario (ganancia b-c), con lo que j2 ganaría cero, o esperar a la llamada; b es la ganancia por ir voluntario y c es el coste del servicio.

Si j1 espera a su reclutamiento, j2 se enfrenta a presentarse voluntario o que lo llamen; si se presenta, el juego termina y obtiene el premio por voluntario y sirve en el ejército.

Si j2 también espera a su reclutamiento, el gobierno ejecutará un sorteo para reclutar efectivos sin premio por voluntariado; figura 6.8

El equilibrio en subjuegos de Reclutamiento depende de los parámetros b (premio por voluntariado) y c (pago por servicio).

Para b=300 y c=400, se halla el equilibrio perfecto en subjuegos, vector de ganancias (-c/2, -c/2)=(-200, -200).

En el último subjuego en que puede actuar, j2 puede presentarse voluntario (voluntario reticente) y obtener -100 o esperar a su reclutamiento (en este caso tiene 50% de probabilidades de perder 400 y otro tanto de seguir siendo civil→pérdida esperada de -200, luego maximiza su utilidad presentándose voluntario.

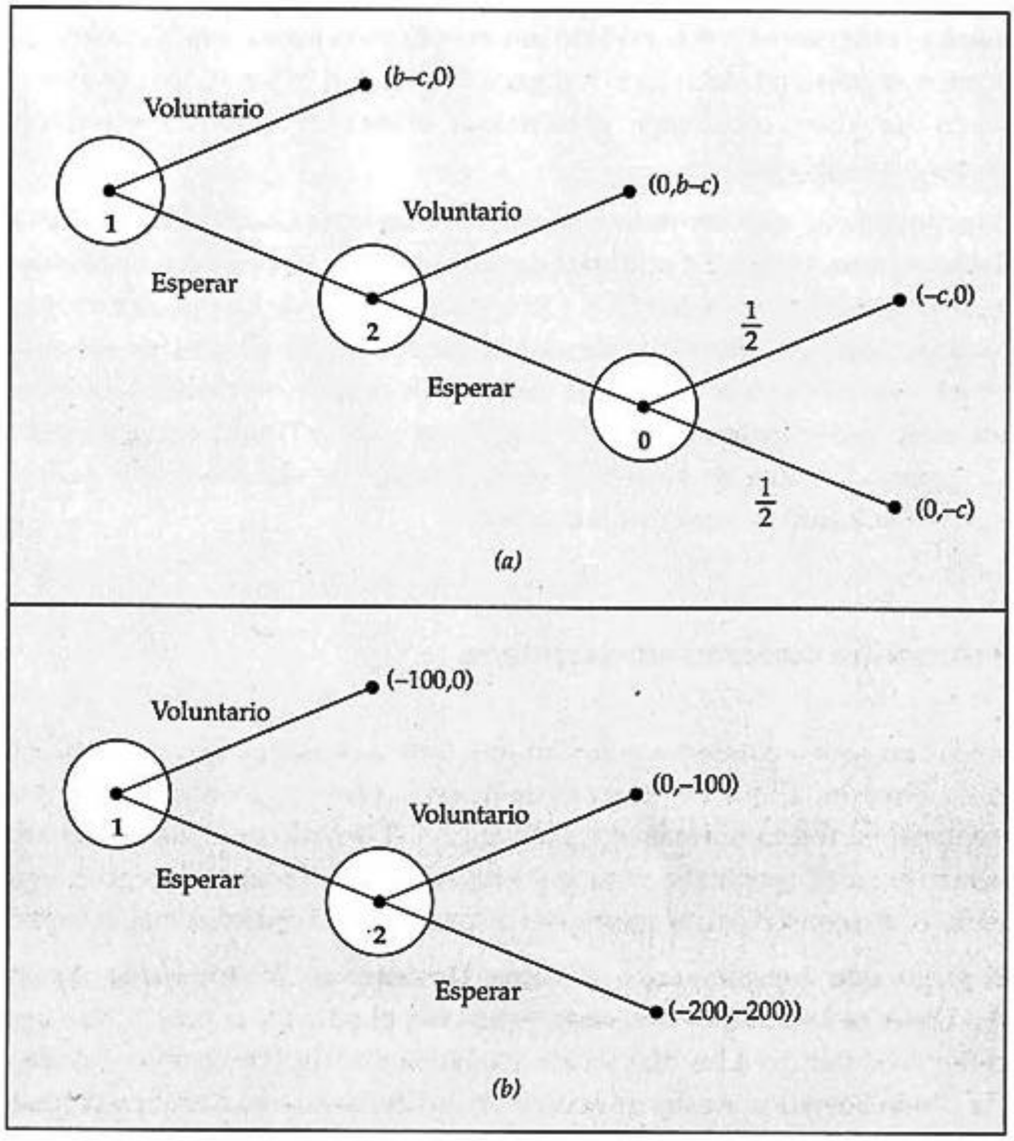


Figura 6.8. Reclutamiento: ***(a)*** **forma extensiva;** ***(b)*** **b = $300, c = $400.**

Cualquier jugador que prefiere una pérdida segura antes que arriesgarse a sufrir una pérdida mayor es un **Voluntario Reticente.**

Nos movemos hacia atrás para llegar a j1, al ppio. del juego→si j1 se presenta voluntario obtendrá -100 y si espera, j2 irá voluntario y él obtendrá 0; luego j1 puede permitirse esperar. Este es el equilibrio perfecto en subjuegos (esperar, voluntario); el último se presentara voluntario a regañadientes.

El equilibrio imperfecto es lo contrario: j2, de forma no creíble, amenaza con esperar a su reclutamiento. j1 se lo cree y se presenta voluntario→ en equilibrio imperfecto el que actúa primero es el voluntario a regañadientes.

Ambos equilibrios llevan a la misma solución: voluntarios a regañadientes.

6.5.- Destrucción mutuamente asegurada: DMA

Los juegos en forma extensiva con sólo dos turnos, uno por jugador, son los más fáciles.

El juego **DMA** lo juegan dos países, p1 y p2: Ocurre incidente precipitado por p2.

- p1 puede ignorarlo y el statu quo se mantiene y finaliza el juego.

- p1 puede reaccionar→ p2 puede retirarse con una pequeña pérdida de utilidad o puede agravar el conflicto, si sigue adelante, y llevar a una confrontación nuclear en la que cada país actúa simultáneamente y en la que cada uno tiene una última oportunidad para retirarse.

El parámetro L de pérdida asociado con el día del juicio es un número negativo grande.

Con cualquiera de estos sucesos finaliza el juego.
Forma extensiva, 6.9a: cada superpotencia almacenaba muchas armas de destrucción masiva asegurada sobre el adversario; cualquier amenaza era creíble.

El subjuego final tiene dos equilibrios (retirarse, retirarse) y (Día del juicio, Día del juicio), cualquiera de los cuales podría ser el equilibrio del subjuego hacia atrás, lo que genera múltiples equilibrios perfectos en subjuegos.
La inducción hacia atrás comienza sustituyendo este subjuego por las ganancias en este equilibrio (-0,5, -0,5).

Como el subjuego final va a terminar con ambos países retirándose, el p2 refiere agravar el conflicto antes de retirarse de antemano; el p1 prefiere ignorar la provocación. fig 6.9b

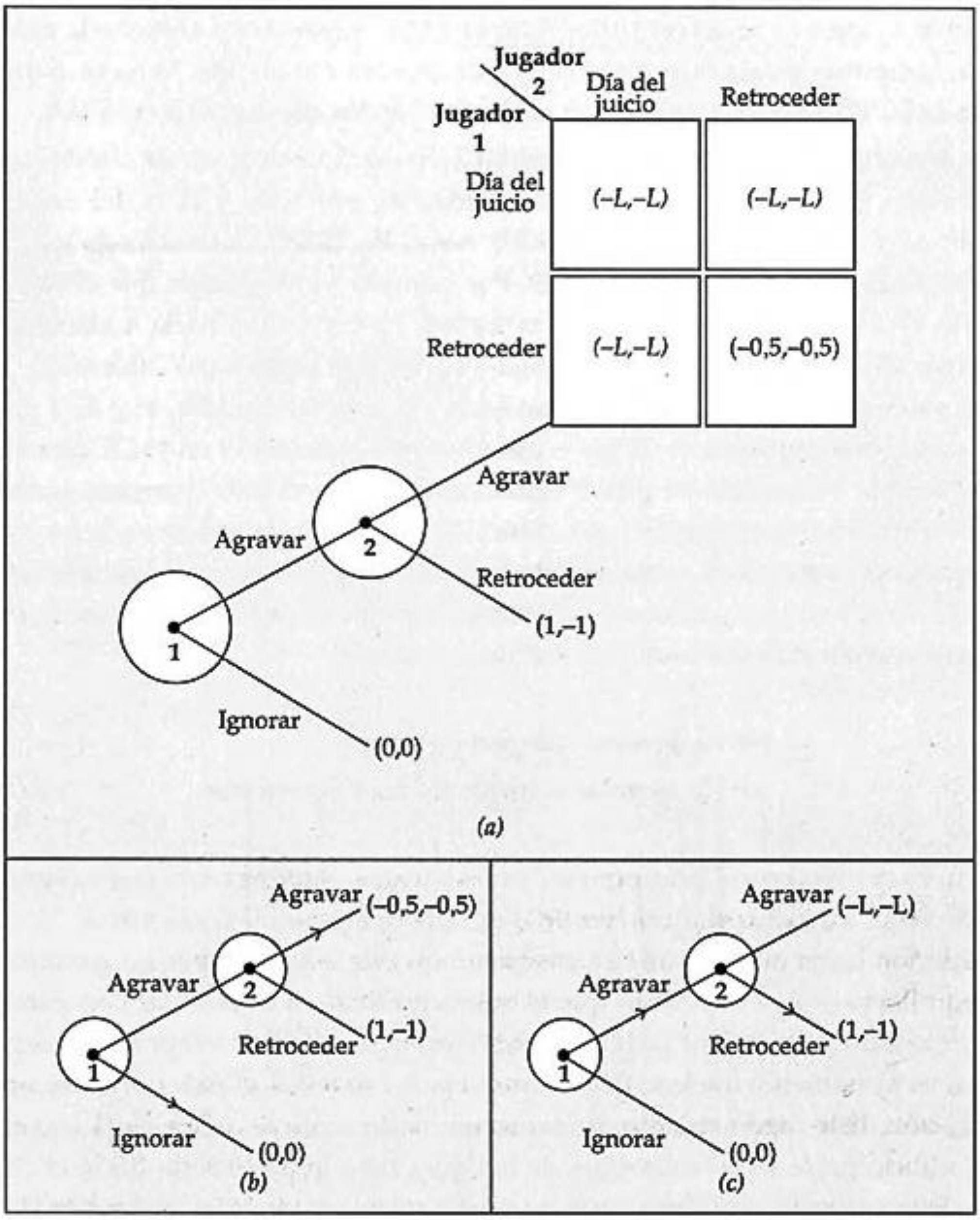


Figura 6.9. DMA, forma extensiva: (*a*) juego entero; (*b*) trayectoria hacia la retirada final; (*c*) trayectoria hacia el día del juicio.

Este equilibrio proporciona las ganancias (0, 0).

Las estrategias utilizadas son:

p1: ignorar, después retirarse
p2: agravar conflicto, después retirarse

Hay más equilibrios perfectos en subjuegos: si el elegido en el subjuego simultaneo final es (Día del juicio, Día del juicio), la inducción hacia atrás comienza sustituyendo este subjuego por las ganancias de este equilibrio (-L, -L)→ como va a terminar con ganancias negativas para ambos países, p2 prefiere retirarse temprano, en vez de utilizar su armamento nuclear; en ese caso p1 prefiere agravar la situación

El segundo equilibrio perfecto en subjuegos hacia atrás, produce las ganancias (1, -1): las estrategias utilizadas serán:

p1: agravar conflicto, después Día del juicio
p2:, retirarse, después Día del juicio

DMA se jugó con la crisis cubana de los misiles en 1962

Hay otros equilibrios. La forma normal es una matriz 4x4, figura 6.10 con 4 equilibrios en estrategias puras, además de sus dos equilibrios perfectos en subjuegos. Tres de ellos proporcionan ganancias equivalentes a las del equilibrio perfecto en subjuegos cuando p1 se retira. Si p1 por error agrava la situación, p2 podría llegar al Día del juicio.

País 1 \ País 2	(a,D)	(a,r)	(r,D)	(r,r)
(a,D)	(−L,−L)	(−L,−L)	(1,−1) ⊙	(1,−1) *
(a,r)	(−L,−L)	(−0,5,−0,5)	(1,−1)	(1,−1)
(r,D)	(0,0) *	(0,0) *	(0,0)	(0,0)
(r,r)	(0,0) *	(0,0) ⊙	(0,0)	(0,0)

Figura 6.10. DMA forma normal: *r* **= retroceder;** *D* **= Día del juicio;** *a* **= agravar;** *i* **= ignorar; * = equilibrio; * con círculo = equilibrio perfecto en subjuegos.**

Un error de cualquiera de las partes podría tener consecuencias desastrosas.

DMA además de los seis equilibrios en estrategias puras tiene un número finito de equilibrios en estrategias mixtas.

6.6.- <u>**Competencia creíbles en cantidades: equilibrio de Cournot – Stackelberg**</u> <u>**NO**</u>

Veremos juegos de mercado con subjuegos:

<u>Competencia en cantidades: Competencia a la Cournot:</u> En el modelo original todas las empresas actúan a la vez, por lo que no hay subjuegos; ahora una empresa envía primero su cantidad al mercado→ <u>Competencia a la Stackelberg o competencia secuencial.</u>

Combinando la cantidad de Cournot con la secuencialidad de Stackelberg obtenemos la competencia a la Cournot-Stackelberg:

Consideremos el juego de mercado, 5.1: El precio P de mercado satisface:

$$P=130-Q$$

donde Q es la cantidad de mercado, suma de las cantidades de las empresas e1 y e2→ $Q=x1+x2$

- Cada empresa tiene unos costes medios y marginales constantes e iguales a $10.
- La e1 envía en primer lugar su cantidad x1 al mercado y e2 observa lo que e1 ha enviado, enviando ella x2→ la cantidad total Q determinará el precio.
- Los beneficios de las empresas son el precio de mercado multiplicado por la cantidad que enviaron menos los costes.
- Cada empresa tiene unos costes medios marginales constantes c=$10
- Entonces, el único equilibrio perfecto en subjuegos de la competencia a la Cournot-Stackelberg es el equilibrio de Cournot-Stackelberg.

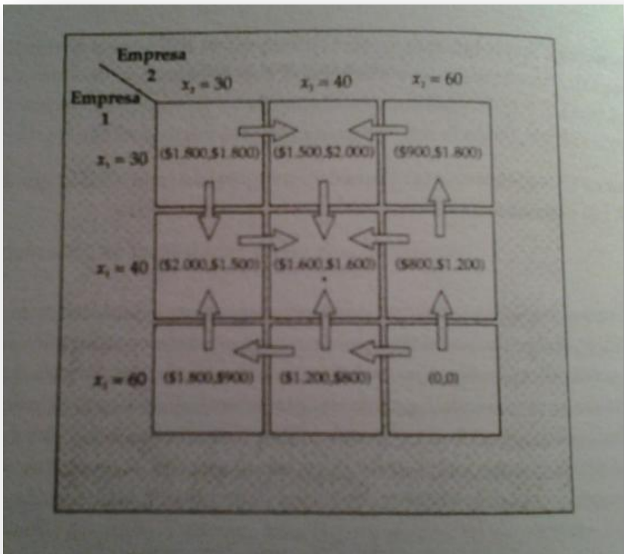


Figura 5.1. Competencia a la Cournot, dos empresas.

Comenzando el subjuego por el final, la e2 observa el envío de la e1, x1→ se enfrenta a la curva de demanda:

P=(130-x1)-x2

130-x1 es el punto de corte con el eje vertical y refleja que la e2 solo obtiene una demanda residual, que queda una vez vendido el producto de e1.

e2 maximiza sus beneficios con respecto a su propia cantidad x2:

$$\max u_2(\mathrm{x}) = x_2(130 - x_1 - x_2 - 10)$$

La condición de primer orden para maximizar beneficios es que el beneficio marginal sea igual a cero:

$$0 = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 120 - x_1 - 2x_2$$

resolviendo, obtenemos la cantidad que maximiza los beneficios de e2:

$$x_2 = g(x_1) = 60 - \frac{x_1}{2}$$

por tanto la estrategia de e2 es una función de la cantidad enviada por e1→ e2 tendrá respuesta para cada posible envío de e1, de 0 a 130.

La estrategia posible más general para e2 sería una función arbitraria x2=g(x1) → su estrategia es una función (y por tanto se exige mucho de la credibilidad).

Como e2 ha maximizado sus beneficios en este subjuego, ha seguido el equilibrio del subjuego.

Utilizando inducción hacia atrás, e1 se enfrenta a la demanda original, pero también tiene en cuenta la reacción de maximización del beneficio de e2 contenida en la función g(x1)→ la e1 busca maximizar sus beneficios dados por:

$$u_1(\mathbf{x}) = [130 - x_1 - g(x_1) - 10]\,x_1$$

La e1 ha inducido hacia atrás la ventas de e2, utilizando la maximización del beneficio como guía.

Las ventas de maximización del beneficio de e2 son función lineal de la cantidad enviada por e1→sustituyendo en la función de beneficio de e1, obtenemos:

$$u_1(\mathbf{x}) = \left(120 - x_1 - 60 + \frac{x_1}{2}\right) x_1$$

donde ya los beneficios de e1 solo dependen de sus propios envíos x1.

Derivando e igualando a cero, obtenemos el equilibrio de Cournot-Stackelberg de la cantidad enviada por e1:

$$0 = 60 - x_1$$

$$x_1^* = 60.$$

Trayectoria del equilibrio perfecto en subjuegos: e1 envía 60 uds al mercado→ e2 envía

$$x_2 = g(x_1) = 60 - \frac{x_1}{2}$$

$$60 - 60/2 = 30 \text{ unidades}$$

El total enviado es Q1+Q2=Q→Q=60+30=90 Uds.

Y el precio de equilibrio será: P=(130-x1)-x2= (130-60)-30= 40

Como los productos de ambas empresas son idénticos, la competencia de Cournot cuando ambas actúan simultáneamente conduce a una situación simétrica (x1=x2=40) y a un precio de mercado de $50

6.7.- <u>Competencia creíble en precios: equilibrio de Bertrand-Stackelberg</u>: NO

6.8. <u>Productos diferenciados:</u> NO

6.9.- <u>Esta oferta es válida solo por tiempo limitado:</u>

Cuando un producto que se ofrece es duradero y tiene larga vida, la oferta presenta graves problemas de credibilidad.

Un caso extremo: Un vendedor tiene 10 juegos de ajedrez conmemorativo en existencias que puede almacenar sin coste durante 2 periodos→ puede cobrar dos precios en cada periodo: $100 o $20

En el mercado hay 10 compradores informados e interesados, cada uno tiene como máximo un juego de ajedrez conmemorativo: cinco dispuestos a pagar $100 y los otros solo dispuestos a pagar $20. A todos les da lo mismo comprar ahora o después.

El vendedor quiere ganar lo máximo posible y cuanto antes→ se ha de cobrar $100*5=$500 por la venta de cinco juegos y dejar los otros cinco en el almacén. Opción mejor que vender todos en el primer periodo por $20*10=$200.

El tiempo limitado de la oferta es el periodo 1→ el plan del vendedor será anunciar un precio $100/juego y vender cinco ; no vendiendo ninguno a dicho precio en el segundo periodo. Después, en el periodo 2, se podrían vender los otros 5*$20=$100→ la estrategia de mantener el precio en $100 ha perdido su credibilidad y habría que esperar al segundo periodo para contar con un dto. del 80%

Los casos extremos requieren medidas extremas: una solución sería destruir cinco de los juegos de ajedrez conmemorativos, limitando la oferta a un precio y evitando que los compradores del primer periodo esperen al segundo→ **principio del compromiso costoso**: cada vez que una empresa incurre en un coste fijo, incurre en un compromiso costoso de llevar a cabo una acción futura que puede o no emprender.

Un coste fijo es un coste de una oportunidad desaprovechada (vender ajedreces conmemorativos en el segundo periodo).

Las empresas que venden artículos duraderos deben preocuparse por la credibilidad de sus ofertas→ muchas técnicas para hacer creíble su publicidad; p. ej. "segunda edición" para libros que superen tres años, y que nunca saldrán de almacén.

Una empresa que venda con "oferta limitada" probablemente haya incurrido en un compromiso costoso que pueda dar verosimilitud al compromiso.

Resumen

1. Un subjuego es cualquier parte de un juego que puede ser jugado independientemente. Todo juego con información perfecta tiene subjuegos.
2. Se presenta un problema de credibilidad si la ejecución de una amenaza (o promesa) no maximiza la utilidad del jugador que la realiza. Los jugadores que formulan tales amenazas o promesas y luego no las ejecutan pierden su credibilidad.
3. Una estrategia perfecta en subjuegos siempre será creíble. Todas las estrategias y equilibrios que no pasan la prueba de perfección en subjuegos se llaman imperfectos, y presentan problemas de credibilidad.
4. La solución de un juego en forma extensiva es perfecta en subjuegos. Los equilibrios perfectos en subjuegos se hallan mediante inducción hacia atrás, resolviendo el juego empezando por sus subjuegos finales.
5. Que una amenaza o promesa realizada por un oponente sea creíble o no depende de las ganancias que puede conseguir el oponente. Si una amenaza o promesa no es creíble, un jugador no tendrá ningún incentivo para llevarla a cabo en su momento.
6. La doctrina de la destrucción mutuamente asegurada sostiene que la disuasión nuclear es creíble. Esta doctrina cree firmemente en un determinado equilibrio perfecto en subjuegos
7. La competencia a la Cournot en un juego de mercado donde una empresa actúa primero se llama competencia a la Cournot-Stackelberg. El equilibrio de Cournot-Stackelberg en tal competencia es un equilibrio perfecto en subjuegos. El primero en jugar tiene ventaja.
8. La competencia a la Bertrand en un juego de mercado donde una empresa actúa primero se denomina competencia a la Bertrand-Stackelberg. El equilibrio de Bertrand-Stackelberg en tal competencia es un equilibrio perfecto en un subjuegos. El segundo en jugar tiene ventaja en dicha competencia.
9. La diferenciación del producto reduce las diferencias entre los equilibrios de Cournot-Stackelberg y Bertrand-Stackelberg. Sin embargo, persisten las ventajas del primero o el segundo en jugar.
10. Las cuestiones de credibilidad ayudan a explicar por qué los editores y fabricantes de artículos duraderos han instituido la segunda edición y el modelo del año.

Ultimatos en el laboratorio:

Juego Ultimatum, figura 6.11

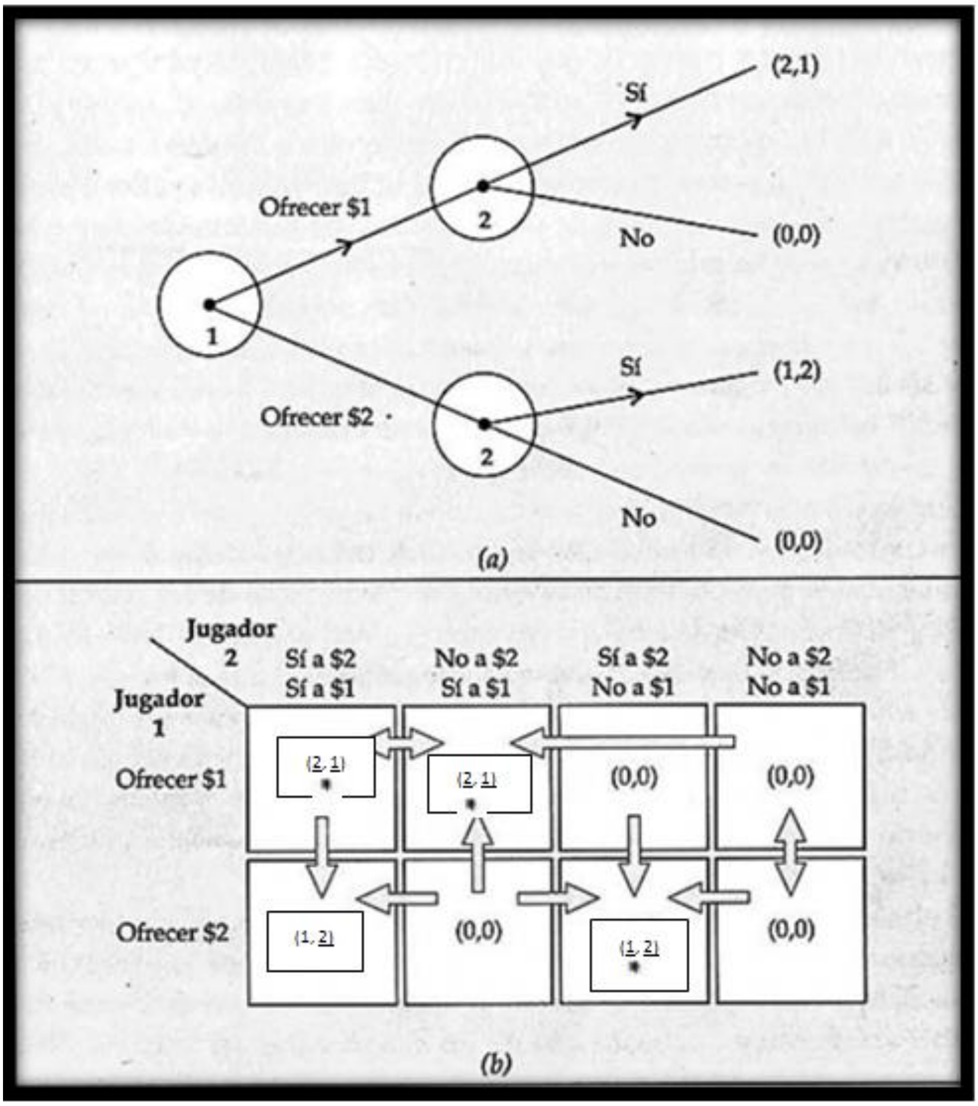


Figura 6.11. Ultimátum, 3$ en juego: *(a)* forma extensiva; *(b)* forma normal.

Hay dos jugadores, j1 y j2, y en juego $3.

j1 decide en primer lugar, ofrece $1 o $2 a j2

j2 escucha la oferta y decide sí o no→ si j2 dice si, se queda con el dinero ofrecido y j1 obtiene el resto:

j1 ofrece $1 a j2 y éste acepta: ganancias (2, 1)

j1 ofrece $2 a j2 y éste acepta: ganancias (1, 2)

El equilibrio perfecto, ver forma extensiva 6.11a: j2 acepta lo que le ofrezca j1 ya que es mejor que la ganancia 0 y j1 ofrece $1 ($2 es mejor que $1)

Hay más equilibrios; ver la forma normal 6.11b: la matriz es 2x4, ya que j2 tiene cuatro estrategias puras (dos opciones en cada conjunto de información) y tres equilibrios en estrategias puras. Perfectos (asterisco en un círculo) e imperfectos sin círculo. Las imperfectas ponen de manifiesto que contienen estrategias dominadas por j2: Cada estrategia:

sí a $2, no a $1
no a $2, sí a $1

está dominada por:

sí a $2, sí a $1

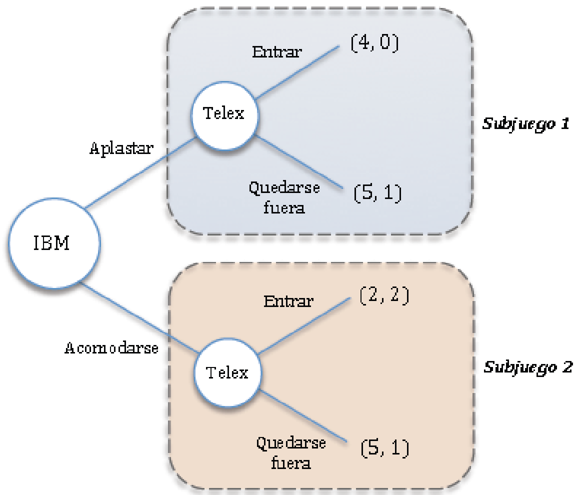
Conceptos clave

subjuego
problema de credibilidad
equilibrio perfecto en subjuegos
tipo de oponente
voluntario a la fuerza
Destrucción Mutuamente Asegurada (DMA)
equilibrio de Cournot-Stackelberg
ventaja de jugar primero
equilibrio de Bertrand-Stackelberg
ventaja de jugar en segundo lugar
compromiso costoso
artículo duradero

Problemas

1. En la versión con información perfecta de Telex contra IBM, supongamos que IBM juega en primer lugar. ¿Cómo afecta esto a la solución? ¿Existe aún un problema de credibilidad con la estrategia Aplastar?

Figura 6.6, página 177, que rehacemos aquí. Si IBM mueve primero, el equilibrio perfecto en subjuegos obliga a IBM a *Aplastar*, y a Telex a *Quedarse fuera*. Si IBM se *Acomodara*, entonces en el subjuego final Telex legiría *Entrar*. Si IBM elige *Aplastar*, Telex optaría por *Quedarse fuera* en el subjuego final. IBM consigue el mejor resultado eligiendo *Aplastar*. El equilibrio completo sería: (*Aplastar*; *Quedarse fuera* si aplasta, *Entrar* si se acomoda). El problema de credibilidad con *Aplastar* desaparece. En la forma normal se detecta otro equilibrio de Nash con problemas de credibilidad: (*Aplastar*; *Quedarse fuera* si aplasta, *Quedarse fuera* si se acomoda). El problema de credibilidad se da porque si IBM se acomodara, Telex no se quedaría fuera.



Forma normal:

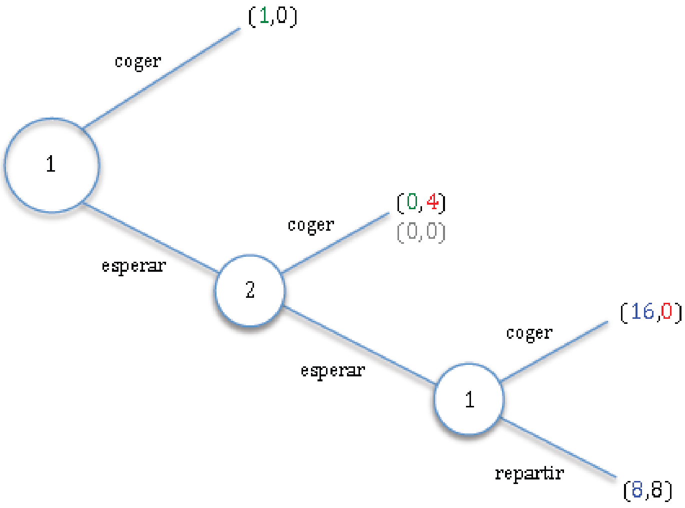
		Telex			
		(Entrar, Quedarse)	(Entrar, Entrar)	(Quedarse, Entrar)	(Quedarse, Quedarse)
	Aplastar	4, 0	4, 0	5, 1	5, 1
IBM	Acomodarse	5, 1	2, 2	2, 2	5, 1

Este problema muestra lo importante que son los asuntos relacionados con el orden temporal de los acontecimientos en los juegos en forma extensiva. De hecho, en una situación como esta, poder mover primero puede ser una gran ventaja.

El jugador Telex tiene que escoger una estrategia. La estrategia incluye todas las posibles respuestas a las posibles acciones de IBM. Ya que IBM tiene dos posibles acciones, Telex tiene que tener preparada una respuesta para esas dos posibles acciones. Dado que las posibles respuestas a cada acción de IBM tiene dos alternativas, el número total de combinaciones posibles es 4.

2. Supongamos que Ciempiés tiene tres etapas. Si el jugador 2 espera su turno, el dinero en juego se cuadruplica y el jugador 1 o se lo queda todo o lo reparte. Dibuje la forma extensiva del juego y resuélvala. ¿Cómo actuaría si fuera el jugador 1 y pensara que el jugador 2 es un oponente amable?

Figuras 6.5, p. 173 y 6.7, p. 178. En la figura siguiente mostramos el Ciempiés con 3 movimientos.



En el subjuego final el jugador 1 coge el dinero (16 > 8). En el subjuego anterior, el jugador 2 coge el dinero (4 > 0). En el subjuego inicial, el jugador 1 coge el dinero (1 > 0). La trayectoria de equilibrios perfectos en subjuegos es (coger, coger, coger). Si el jugador 2 es amable (0,0), el jugador 1 podría verse tentado de dejar el dinero sobre la mesa y esperar en el primer movimiento. Ahora la solución dependerá de cómo valora el jugador 2 los resultados (0, 4) y (16, 0). Un jugador 2 amable podría preferir el resultado (0, 4) al resultado (16, 0). La amabilidad tiene sus límites.

Piensen que un jugador "Amable" tiene una función de utilidad tal que el dinero que se lleva el otro jugador le afecta. Es un altruista. Puede llegar a valorar más el bienestar de los demás que el suyo propio. Por eso se comporta así. Normalmente el *altruismo* es un componente importante en muchas de nuestras decisiones, y también el *sentido de justicia*, y se ha comprobado que es así en muchos experimentos. Dentro de ciertos límites, claro.

3. Resuelva el juego de Reclutamiento cuando la prima b = \$500 y el coste del servicio c = \$400. ¿Cómo difiere esta solución de la que b = \$300? Interprete su respuesta en términos de un ejército de voluntarios.

Figura 6.8, p. 181. Cuando el bono (\$500) excede el coste del servicio (\$400) el jugador 1 se presenta voluntario en el subjuego inicial. Si el juego llega al jugador 2, este se presenta voluntario en el juego final. El equilibrio perfecto en subjuegos es (Voluntario, Voluntario). Con un premio tan grande las fuerzas armadas no tienen problema en atraer voluntarios.

La clave para conseguir un ejército de voluntarios es ofrecer un premio lo suficientemente grande. La coerción no es necesaria cuando los incentivos son los adecuados para atraer voluntarios. Incluso los voluntarios menos dispuestos no son forzados a acudir. La parte negativa de una política como esta es el coste para el presupuesto de defensa.

Cuando el bono es de solo $300 (Figura 6.8), el equilibrio perfecto en subjuegos es (esperar, voluntario). Este equilibrio implica que hay que llamar a los voluntarios más reacios. Con un bono aún menor, de menos de $200, nadie se presenta voluntario.

4. DMA tiene numerosos equilibrios en estrategias mixtas; ya vimos uno en el texto. Encuentre otros dos. ¿Por qué no son creíbles estos equilibrios en estrategias mixtas?

Hay muchos equilibrios en estrategias mixtas (Figura 6.9, p. 183 y 6.10, p. 186). Imaginemos que el país 1 juega (Agravar, Día del Juicio). En ese caso *cualquier* combinación de probabilidades que combine las estrategias puras (Retroceder, Día del Juicio) y (Retroceder, Retroceder) es un equilibrio de Nash en estrategias mixtas, no sólo las mezclas basadas en un 0,5-0,5 de las que habla el texto. Lo mismo es verdad si el jugador 2 juega (Agravar, Día del Juicio) y el jugador 1 mezcla las opciones (Retroceder, Día del Juicio) y (Retroceder, Retroceder). Todos estos equilibrios de Nash en estrategias mixtas tienen un problema de credibilidad, ya que dan una probabilidad positiva a jugar una estrategia pura que tiene un problema de credibilidad.

5. Supongamos en DMA que al final del juego, si ambos jugadores se retiran, las ganancias son −1,5. ¿Cómo afecta esto a la solución? ¿Por qué es la solución tan sensible a las ganancias finales?

Si los resultados de la retirada final por ambas partes es (-1,5, -1,5), independientemente de qué equilibrio de Nash es la solución del subjuego final, el país 2 elige Retroceder antes de llegar a ese subjuego. En este caso, el país 1 siempre elige Agravar en su primer movimiento. Hay dos equilibrios perfectos en subjuegos, que son: país 1, Agravar, Retirarse, y país 2, Retirarse y Retirarse; y país 1, Agravar, Día del Juicio, y país 2, Retirarse, Día del Juicio.

Ambos equilibrios perfectos en subjuegos llevan al mismo vector de resultados, (1, -1). Eligiendo Retirarse al final ofrece como resultado una cifra incluso peor que haciéndolo al principio, por lo que el instigador (jugador 2), elige Retirarse a la primera ocasión que se le presenta.

6. En la competencia a la Cournot-Stackelberg cada empresa se enfrenta a la demanda de mercado $P = 90 - Q$. Cada empresa tiene un coste unitario de $30 por cada unidad que envía al mercado. La empresa 1 decide primero. Encuentre el equilibrio de Cournot-Stackelberg. Demuestre que la empresa 1 tiene la ventaja del que decide primero, puesta en evidencia por sus ganancias.

Empezamos con la empresa 2 en el subjuego final. Esta empresa tiene la siguiente función de beneficios: $u_2(x) = (90 - x_2 - x_1 - 30)x_2$, que se maximizarán haciendo $0 = 60 - 2x_2 - x_1$ de donde obtenemos la *función de reacción* $x_2 = 30 - x_1/2$.

La empresa 1 mueve antes. Esta tiene una función de beneficios $u_1(x) = (90 - x_1 - 30 - x_2)x_1$ que se transforma en esta otra cuando introducimos en ella la función de reacción de la empresa 2: $u_1(x) = (90 - x_1 - 30 - (30 - x_1/2))x_1$. La empresa 1 maximiza beneficios haciendo $0 = 30 - x_1$.

La solución final será $x_1^* = 30$, $x_2^* = 15$. El precio de mercado de equilibrio tiene que ser 90 − 45 = 45. La empresa 1 tendrá el doble de cuota de mercado y el doble de beneficios que su rival.

7. **En el problema 6 supongamos que la empresa 2, que actúa en segundo lugar, tiene el coste unitario c. ¿Qué valor tiene que tener c para que la empresa 2 tenga la misma cuota de mercado que la empresa 1 en el equilibrio de Cournot-Stackelberg? Esta ventaja de coste es una medida de la gran ventaja del que decide primero.**

En vez de un coste medio de 30 dólares dejamos indicada una c. Esta empresa tiene la siguiente función de beneficios: $u_2(x) = (90 - x_2 - x_1 - c)x_2$, que se maximizarán derivando e igualando a cero $0 = 90 - 2x_2 - x_1 - c$. De donde obtenemos la función de reacción $x_2 = (90 - x_1 - c)/2$.

La empresa 1 queda como antes. Esta tiene una función de beneficios $u_1(x) = (90 - x_1 - 30 - x_2)x_1$ que se transforma en esta otra cuando introducimos en ella la función de reacción de la empresa 2: $u_1(x) = (60 - x_1 - (90 - x_1 - c)/2)x_1$, que es $u_1(x) = 15x_1 - x_1^2/2 + c\, x_1/2$. Derivamos e igualamos a cero: $0 = 15 + c/2 - x_1$. La empresa 1 maximiza beneficios en $x_1 = 15 + c/2$.

Nos piden hallar c de forma que $x_1 = x_2$. Sustituyendo en la primera función de reacción tenemos que $x_1 = (90 - c)/3$. Igualando a $x_1 = 15 + c/2$ obtenemos $c = 18$.

La función de beneficios de la empresa 1 es $u_1(x) = (90 - x_1 - 30 - x_2)x_1 = u_1(x) = (60 - x_1 - x_2)x_1$

8. **Encuentre el equilibrio imperfecto en el modelo de Cournot-Stackelberg de la sección 6.6 con $x_i^* = 30$ (*Indicación*: Trate de emular la estrategia desastrosa dada en el texto).**

Supongamos que la empresa 2 aplica la estrategia desastrosa $x_2 = g(x_1) = 45$ si $x_1 = 30$ y $x_2 = 120$ en otro caso. Esta es una estrategia que inunda el mercado a no ser que la empresa 1 lance 30 unidades. Enfrentándose a esta estrategia, la empresa 1 maximiza beneficios lanzando precisamente 30 unidades. Una vez que la empresa 1 ha producido esas 30 unidades, la empresa 2 maximiza su beneficio produciendo 45. El par de estrategias que consiste en $(30; g(x_1))$ es un equilibrio. Sin embargo, este equilibrio tiene un problema serio de credibilidad. Si la empresa 1 lanza 31 unidades en vez de 30, ¿por qué iba la empresa 2 a inundar el mercado en vez de aceptarlo y ganar dinero?

No logro sacar x2=g(x1)=45 con x1=30 y x2=120

Seguro que me equivoco en alguna tontería pero aunque voy al epígrafe 6.6, donde nos dice que x2=g(x1)=60-x1/2) conforme a los datos del supuesto, no logro aplicarlo a este caso.

¿Me puede explicar el procedimiento en este problema?

Eso no se saca de ninguna parte, se mete.

Hay que pensar un comportamiento como el que se describe: x2 = 45 cuando x1 = 30; y cuando x1 es distinto de 30 la empresa 2 hace x2

= 120. La pregunta es si una estrategia como esa sería racional o no, y por qué.

Este concepto de saturación del mercado no lo entiendo. He leido y leido el epígrafe y no consigo entender como se sabe cuando está saturado el mercado.(Estrategia no creible de saturación).

La verdad es que desde que el epígrafe habla de si la empresa 1 vende **40 unidades** y la empresa 2 vende **120** no lo consigo entender. Quizas por eso no entiendo el problema 8. En **concreto** no se de donde sale "$63" ni "$21" cuando se trata de explicar la saturación del mecado (pag 190) en el epígrafe citado.

¿Podría explicarme esta parte a ver si consigo entender así el problema 8? Como ve ando perdida.

La saturación de un mercado se da cuando la oferta de las empresas excede la demanda total de ese mercado.

El problema aquí es quizás que hay que tener fresca la teoría que sirve de base a estos ejemplos de mercados. Por ello subí unos apuntes para repasar los temas de oligopolio. Quizás lo más razonable sea que se salte estos ejemplos y problemas que dan por supuestos temas de mercado y siga avanzando, pues no hay mucho tiempo y debería alcanzar el tema 16 a principios de mayo.

No hay que perderse en los detalles de los ejemplos o los casos. En teoría, son para ejercitarse, pero si hay algo que no nos permite verlos claros (el caso), es mejor saltarlo de momento.

La verdadera práctica -aquello en lo que debe centrarse- estará en las PEC, la de ensayo y la "oficial" puntuable. Esos no son ejercicios para pensar un poco sino cuestiones típicas de examen.

> **42+21=63**, entonces como **P=130-Q,** entonces P=130-63=67
>
> (donde 21 y 42 son supuestos imagino)

Eso parece.

9. En la competencia a la Bertrand-Stackelberg cada empresa i se enfrenta a la demanda de mercado

$$x_1 = 90 - p_1 - (p_1 - p \text{ medio})$$

Cada empresa tiene un coste unitario de $10 por cada unidad que envía al mercado. La empresa 1 decide primero. Halle el equilibrio de Bertrand- Stackelberg. ¿Cómo se compara con el equilibrio cuando ambas empresas actúan al mismo tiempo?

Se ha descartado el epígrafe 6.8.

NO

10. Halle el equilibrio de Cournot-Stackelberg del juego de mercado de la sección 6.8. Resulta útil escribir el sistema de demanda, de manera que el precio sea una función de la cantidad. Puede encontrar el sistema de demanda inversa necesario en el capítulo 5.

Se ha descartado el epígrafe 6.8.

NO

11. Dé tres ejemplos de industrias o empresas que han conseguido hacer creíble la estrategia "Esta oferta es válida sólo por un tiempo limitado". ¿Existen industrias para las cuales esta estrategia es automáticamente creíble?

La forma más segura de hacer creíble la oferta es que el producto sea perecedero, o muy caro de almacenar. Si lo que ofreces es duradero, o no demasiado caro de almacenar, costará bastante hacer creíble la oferta. En Estados Unidos los coches van marcados con el año de producción, y esto ayuda a venderlos. Las ventas de liquidación, con una fecha límite bien clara, son otro compromiso que puede resultar creíble.